

Relación de problemas

Tema 5

Modelos de distribuciones discretas

Cálculo de probabilidades. Primer curso de Grado en Estadística

1. La probabilidad de que cada enfermo de cierto hospital reaccione favorablemente después de aplicarle un calmante es 0.01. Si se aplica el calmante a 200 enfermos, determinar:
 - a) La distribución de probabilidad del número de enfermos que reaccionan favorablemente, la media y la varianza.
 - b) Probabilidad de que a lo sumo 2 enfermos reaccionen favorablemente.
 - c) Probabilidad de que más de 3 enfermos reaccionen favorablemente.

2. Cada vez que una máquina dedicada a la fabricación de comprimidos produce uno, la probabilidad de que sea defectuoso es 0.01.
 - a) Si los comprimidos se colocan en tubos de 25 ¿cuál es la probabilidad de que en un tubo todos los comprimidos sean buenos?
 - b) Si los tubos se colocan en cajas de 10 ¿cuál es la probabilidad de que en una determinada caja haya exactamente 5 tubos con un comprimido defectuoso?

3. Se capturan 100 peces de un estanque que contiene 10000. Se les marca con una anilla y se devuelven al agua. Transcurridos unos días se capturan de nuevo 100 peces y se cuentan los anillados.
 - a) Calcular la probabilidad de que en la segunda captura se encuentre al menos un pez anillado.
 - b) Calcular el número esperado de peces anillados en la segunda captura.

4. Un comerciante de bombillas las recibe en lotes de 20 unidades. Sólo acepta un lote si, al seleccionar aleatoriamente 5 bombillas del mismo, no encuentra ninguna defectuosa. Si un determinado lote tiene dos bombillas defectuosas, calcular la probabilidad de que el comerciante lo acepte, y el número esperado de bombillas defectuosas entre las seleccionadas, en cada uno de los siguientes casos:
 - Las bombillas se seleccionan con reemplazamiento.
 - Las bombillas se seleccionan sin reemplazamiento.

5. Se estudian las plantas de una determinada zona donde ha atacado un virus. La probabilidad de que cada planta esté contaminada es 0.35.
 - a) Definir la variable que modeliza el experimento de elegir una planta al azar y comprobar si está contaminada. Dar su ley de probabilidad.
 - b) ¿Cuál es el número medio de plantas contaminadas que se pueden esperar en 5 plantas analizadas?
 - c) Calcular la probabilidad de encontrar 8 plantas contaminadas en 10 exámenes.
 - d) Calcular la probabilidad de encontrar entre 2 y 5 plantas contaminadas en 9 exámenes.

- e) Hallar la probabilidad de que en 6 análisis se encuentren 4 plantas no contaminadas.
6. Cada página impresa de un libro contiene 40 líneas, y cada línea contiene 75 posiciones de impresión. Se supone que la probabilidad de que en cada posición haya error es $1/6000$.
- ¿Cuál es la distribución del número de errores por página?
 - Calcular la probabilidad de que una página no contenga errores y de que contenga como mínimo 5 errores.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un capítulo de 20 páginas no contenga ningún error?
7. Se lanzan cuatro monedas 48 veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 4 caras cinco veces?
8. Un pescador desea capturar un ejemplar de sardina que se encuentra siempre en una determinada zona del mar con probabilidad 0.15. Hallar la probabilidad de que tenga que pescar 10 peces de especies distintas de la deseada antes de:
- pescar la sardina buscada,
 - pescar tres ejemplares de la sardina buscada.
9. Un científico necesita 5 monos afectados por cierta enfermedad para realizar un experimento. La incidencia de la enfermedad en la población de monos es siempre del 30%. El científico examinará uno a uno los monos de un gran colectivo, hasta encontrar 5 afectados por la enfermedad.
- Calcular el número medio de exámenes requeridos.
 - Calcular la probabilidad de que tenga que examinar por lo menos 20 monos.
 - Calcular la probabilidad de que encuentre 10 monos sanos antes de encontrar los 5 afectados.
10. Para controlar la calidad de un determinado artículo que se fabrica en serie, se inspecciona diariamente el 5% de la producción. Un día la máquina sufre una avería y, de los 1000 artículos fabricados ese día, produce k defectuosos.
- Dar la expresión de la probabilidad de no obtener más de un artículo defectuoso en la inspección de ese día.
 - Si $k = 90$, calcular la probabilidad de obtener menos de 6 artículos defectuosos en la inspección.
11. En una central telefónica de una ciudad se recibe un promedio de 480 llamadas por hora. Se sabe que el número de llamadas se distribuye según una ley de Poisson. Si la central sólo tiene capacidad para atender a lo sumo doce llamadas por minuto, ¿cuál es la probabilidad de que en un minuto determinado no sea posible dar línea a todos los clientes?
12. Cierta compañía de seguros ha determinado que una de cada 5000 personas fallecen al año por accidente laboral. La compañía tiene hechos 50000 seguros de vida en toda la nación y, en caso de accidente, debe abonar 3000 euros por póliza. ¿Cuál es la probabilidad de que la compañía tenga que pagar en un año por lo menos 36000 euros en concepto de primas?

13. Suponiendo que, en cada parto, la probabilidad de que nazca una niña es 0.51, y prescindiendo de nacimientos múltiples, calcular:
- Probabilidad de que un matrimonio tenga tres hijos varones antes de tener una niña.
 - Probabilidad de que tenga tres hijos varones antes de tener la segunda niña.
 - ¿Cuál es el número medio de hijos que debe tener un matrimonio para conseguir dos niñas?
14. El 60 % de los clientes de un almacén paga con dinero, el 30 % con tarjeta y el 10 % con cheque.
- Calcular la probabilidad de que, de diez clientes, cuatro paguen con dinero.
 - Calcular la probabilidad de que el décimo cliente sea el cuarto en pagar con dinero.
15. En un departamento de control de calidad se inspeccionan las unidades terminadas que provienen de una línea de ensamble. La probabilidad de que cada unidad sea defectuosa es 0.05.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la vigésima unidad inspeccionada sea la segunda que se encuentra defectuosa?
 - ¿Cuántas unidades deben inspeccionarse por término medio hasta encontrar cuatro defectuosas?
 - Calcular la desviación típica del número de unidades inspeccionadas hasta encontrar cuatro defectuosas.
16. Se supone que la demanda de un cierto fármaco en una farmacia sigue una ley de Poisson con una demanda diaria media de 8 unidades. ¿Qué stock debe tener el farmacéutico al comienzo del día para tener, como mínimo, probabilidad 0.99 de satisfacer la demanda durante el día?
17. Supongamos que el número de televisores vendidos en un comercio durante un mes se distribuye según una Poisson de parámetro 10, y que el beneficio neto por unidad es 30 euros.
- ¿Cuál es la probabilidad de que el beneficio neto obtenido por un comerciante durante un mes sea al menos de 360 euros?
 - ¿Cuántos televisores debe tener el comerciante a principio de mes para tener al menos probabilidad 0.95 de satisfacer toda la demanda?
18. El número de accidentes que se producen semanalmente en una fábrica sigue una ley de Poisson, y se sabe que la probabilidad de que ocurran cinco accidentes en una semana es $\frac{16}{15}$ de la probabilidad de que ocurran dos. Calcular:
- Media del número de accidentes por semana.
 - Número máximo de accidentes semanales que pueden ocurrir con probabilidad no menor que 0.9.